

2023 年度 (春)・秋学期定期試験問題用紙					問題枚数	1/1
科目名	出題者氏名	受験クラス	学生証番号	氏名		
情報理論	山本宙	JE, その他	記入不要	記入不要		
持込	不可 <input checked="" type="radio"/> 可	◇可の場合は, 記入 関数電卓のみ	開講曜日・時限 火曜 2 限	現在使用して いる授業教室	遠隔授業	採点 記入不要

注意事項: 答案は本紙解答用紙に書け。答案用紙のみ提出せよ。明記されている場合以外は途中式の記入は不要である。単に \log と書いた場合の対数の底は 2 であるとする。また, 断らない限り情報量の単位は 2 を底とした“ビット”を使用する。解答に変数が含まれない場合, 整数または小数で表し, 四捨五入して有効数字 3 桁まで求めよ。分母, 分子とも整数の分数で表せる場合は既約分数で答えてもよい。関数電卓の使用を許可する。但し, 電卓としてであっても携帯電話の使用は認めない。和は省略記法 $+ \dots +$ は用いず, \sum を用いて表現せよ。対数の値として, 表 1 の数値を使用しても良い。

表 1 2 を底とする対数表

$\log 3 = 1.584963$	$\log 5 = 2.321928$	$\log 7 = 2.807355$	$\log 11 = 3.459432$	$\log 13 = 3.700440$	$\log 17 = 4.087463$
$\log 19 = 4.247928$	$\log 23 = 4.523562$	$\log 29 = 4.857981$	$\log 31 = 4.954196$	$\log 37 = 5.209453$	$\log 41 = 5.357552$
$\log 43 = 5.426265$	$\log 47 = 5.554589$	$\log 53 = 5.727920$	$\log 59 = 5.882643$	$\log 61 = 5.930737$	$\log 67 = 6.066089$
$\log 71 = 6.149747$	$\log 73 = 6.189825$	$\log 79 = 6.303781$	$\log 83 = 6.375039$	$\log 89 = 6.475733$	$\log 97 = 6.599913$

問 1 (各 2 点, 計 4 点)

$a_i = (1/2)^i$ (i は正の整数) であるとき, 次の式の値を求めよ。 \sum 記号の和を展開した途中式も含めて書け。

1-a)

1-b)

$$\sum_{i=1}^4 a_i$$

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 (j a_i)$$

問 2 (各 3 点, 計 12 点)

天気が晴, 曇, 雨の 3 種であるとし, 晴れの確率が a , 曇が 0.4, 雨が $0.6 - a$ (但し $0 \leq a \leq 0.6$) とする。

2-a) 一意に復号可能な 2 元ブロック固定長符号で天気を符号化する場合の符号語長の最小値を求めよ。

晴, 曇, 雨をそれぞれ 0, 10, 110 に符号化する符号を C_1 とするとき, 以下の問の答を書け。

2-b) $a = 0.4$ のときの符号 C_1 の符号語長の期待値を求めよ。

2-c) 符号 C_1 の符号語長の期待値を a の式で書け。

2-d) 符号 C_1 の符号語長の期待値が全ての一意に復号可能な固定長符号の符号語長以下になる a の範囲を書け。

問 3 (各 2 点, 計 8 点)

解答欄に以下の問題文が正しい場合には○を, 誤りの場合には×を記入せよ

3-a) 狭義に特異な符号で瞬時に復号可能であるものとなないものがある。

3-b) 瞬時に復号可能な符号は一意に復号可能である。

3-c) 瞬時に復号可能な符号は狭義に特異でない。

3-d) 一意に復号可能でない符号は瞬時に復号可能でない。

問 4 (各 3 点, 計 12 点)

以下の問に答えよ。

4-a) 系列 011 の語頭を全て答えよ。

右のブロック符号 C_2, C_3, C_4, C_5 について,

4-b) 語頭条件を満たすものを全て答えよ。

4-c) 瞬時に復号可能なものを全て答えよ。

4-d) 一意に復号可能なものを全て答えよ。

情報源 シンボル	C_2	C_3	C_4	C_5
s_1	1	0	0	10
s_2	01	10	01	01
s_3	10	11	11	11

問 5 (各 3 点, 計 9 点)

情報源シンボルが s_1, s_2, \dots, s_5 の 5 個である情報源に対して 2 元符号化を行う。以下の間に答えよ。

- 5-a) 固定長符号で符号化を行う場合、一意に復号可能な符号が存在するための符号語長の最小値を答えよ。
- 5-b) s_1 に符号語 00 を割り当て、残りが同じ符号語長となる符号化をするとき、一意に復号可能な符号が存在するための残りの符号語長の最小値を答えよ。
- 5-c) s_1 に符号語 0 を割り当て、 s_2 に符号語 10 を割り当て、残りが同じ符号語長となる符号化をするとき、瞬時に復号可能な符号が存在するための残りの符号語長の最小値を答えよ。

問 6 (5 点)

情報源 $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$ について符号語長並びが $(1, 2, 3, 3, 3)$ である一意に復号可能な符号が存在しないことを示せ。

問 7 (各 4 点, 計 12 点)

無記憶 4 元情報源 $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ の各シンボルの生起確率が $P(s_1) = 0.6, P(s_2) = 0.17, P(s_3) = 0.13, P(s_4) = 0.1$ であるとする。以下の間に答えよ。いずれも答だけを書けばよい。

- 7-a) S の瞬時に復号可能な 2 元コンパクト符号の一つを示せ。 (s_1, s_2, s_3, s_4 の符号語を示せ)
- 7-b) 求めたコンパクト符号の平均符号語長を求めよ。
- 7-c) S を瞬時に復号可能な固定長符号で符号化する場合の符号語長の最小値を基準として、上で求めたコンパクト符号を使うことで平均何 % の符号化シンボル数を削減できるか答えよ。

問 8 (各 3 点, 計 6 点)

関数 $\ln x$ と $x - 1$ の大小関係について以下の間に答えよ。

- 8-a) 以下の選択肢のうち正しいものが一つだけある。その記号を答えよ。
選択肢: ア. $\ln x \leq x - 1$ である, **イ.** $\ln x \geq x - 1$ である, **ウ.** $\ln x < x - 1$ である場合と $\ln x > x - 1$ である場合がある。
- 8-b) $\ln x = x - 1$ となる x の条件を答えよ。

問 9 (a,b 4 点, c,d 6 点, e 4 点, 計 24 点)

無記憶情報源 $S = \{s_1, s_2\}$ の各シンボルの生起確率が $P(s_1) = 0.7, P(s_2) = 0.3$, であるとする。以下の間に答えよ。

- 9-a) S のエントロピー $H(S)$ を求めよ。
- 9-b) S の 2 元コンパクト符号の平均符号語長 L を求めよ。
- 9-c) S の 2 次拡大 $S^2 = \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4\}$ を考える。ここで、拡大前のシンボルとの対応を以下の表の通りとする。

σ_1	σ_2	σ_3	σ_4
s_1s_1	s_1s_2	s_2s_1	s_2s_2

$P(\sigma_1), P(\sigma_2), P(\sigma_3), P(\sigma_4)$ の値を答えよ。

- 9-d) S^2 の 2 元コンパクト符号の平均符号語長 L_2 を求めよ。
- 9-e) S の 2 次拡大 S^2 の 2 元コンパクト符号を使って通信を行った場合の S の元の情報源シンボル 1 個あたりの平均符号語長を求めよ。

問 10 (8 点)

情報源 S の n 次拡大 S^n に対して平均符号語長 L_n が $H(S^n)$ 以上 $H(S^n) + 1$ 未満である瞬時に復号可能な符号が存在する。これと $H(S^n) = nH(S)$ であることを利用して、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{n} = H(S)$$

であることを示せ。