

2012 年度 春・秋学期定期試験				問題枚数	1/1	
科目名	出題者氏名	受験クラス	学生証番号	氏名		
暗号理論	山本宙	JT, その他				
持込	不可	◇可の場合は, 記入	開講曜日・時限	現在使用して いる授業教室	4103	採点
	可	関数電卓のみ	月曜 2 限			

注意事項

答えは解答用紙に書け。解答用紙の裏を使用する場合は表の最後に「裏に続く」と記入せよ。単に \log と書いた場合の対数の底は 2 であるとする。また、断らない限り情報量の単位は 2 を底とした“ビット”を使用する。解答に変数が含まれない場合、整数または小数で表し、四捨五入して有効数字 3 桁まで求めよ。分母、分子とも整数の分数で表せる場合は既約分数で答えてもよい。関数電卓の使用を許可する。但し、電卓としてであっても携帯電話の使用は認めない。和は省略記法 $+\dots+$ は用いず、 \sum を用いて表現せよ。対数の値として、 $\log 3 = 1.58, \log 5 = 2.32, \log 7 = 2.80, \log 11 = 3.45, \log 13 = 3.70, \log 17 = 4.08, \log 19 = 4.24, \log 23 = 4.52, \log 29 = 4.85, \log 31 = 4.95, \log 37 = 5.20, \log 41 = 5.35, \log 43 = 5.42, \log 47 = 5.55, \log 53 = 5.72$ を使用してもよい。 $P(E_2/E_1)$ は事象 E_1 が起こった条件の下で E_2 が起こる条件付確率を表す。 $P(E_1, E_2)$ は E_1, E_2 の順番に事象が続けて起こる確率を表す。

問 1 (15 点)

l_1, l_2, \dots, l_q が正の整数であるとする。 $i = 1, 2, \dots, q$ について

$$Q_i = \frac{r^{-l_i}}{\sum_{j=1}^q r^{-l_j}}$$

であるとき、

$$\sum_{i=1}^q Q_i = 1$$

であることを示せ。

問 2 (各 5 点, 計 10 点)

無記憶情報源 $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ の各シンボルの生起確率が $P_1 = 1/2, P_2 = 1/4, P_3 = 1/8, P_4 = 1/8$ であるとする。符号アルファベット $\{0, 1\}$ からなる瞬時に復号可能な符号語に変換するとき、以下の間に答えよ

- 2-1) 平均符号長の最小値を求めよ。
- 2-2) そのときの各符号語の符号長 l_1, l_2, l_3, l_4 を求めよ。

問 3 (3-1 20 点, 3-2 5 点, 計 25 点)

5 個の情報源シンボルの発生確率がそれぞれ 0.300, 0.250, 0.200, 0.150, 0.100 である情報源からのシンボルを、拡大を考えずに 2 元の符号アルファベットのシンボルからなる符号語に変換する。以下の間に答えよ。

- 3-1) 瞬時に復号可能な符号語のうち平均符号長が最小である符号に符号化する場合の平均符号語長を求めよ。
- 3-2) 一意に復号可能な符号語のうち平均符号長が最小である符号に符号化する場合の平均符号語長を求めよ。

問 4 (15 点)

入力 A が $a = 0$ または $a = 1$, 出力 B が $b = 0$ または $b = 1$ であり、 $P(b = 0/a = 0) = 0.8, P(b = 1/a = 0) = 0.2, P(b = 0/a = 1) = 0.3, P(b = 1/a = 1) = 0.7$, である無記憶な 2 元通信路 C について、 C の 2 次拡大通信路 D を考える。 D の入力アルファベット a_1, a_2, a_3, a_4 がそれぞれ 00, 01, 10, 11, D の出力アルファベット b_1, b_2, b_3, b_4 がそれぞれ 00, 01, 10, 11, であるとする。 D に対する通信路行列を求めよ。

問 5 (5-1 から 5-3 各 5 点, 5-4, 5-5 10 点, 計 35 点)

母集団をすべての東海大生とする。女性であるかどうかと理系学部所属かどうかの統計データを考える。母集団全体についての女性である確率が $1/4$ であるとする。また女性であるという条件の下で理系学部所属である確率が $1/6$, 女性でないという条件の下での理系学部所属である確率が $3/4$ であるとして以下の間に答えよ。

- 問 5-1 ある学生が理系学部所属の女性である確率を求めよ。
- 問 5-2 ある学生が理系学部所属学生である確率を求めよ。
- 問 5-3 ある学生が理系学部所属であることが判ったとき、その学生が女性である確率を求めよ。
- 問 5-4 理系学部所属であることを知った条件で女性であるかどうかに関する事後エントロピーが何ビットであるか求めよ。
- 問 5-5 理系学部所属であるかどうかを知った条件で女性であるかどうかに関する事後エントロピーの平均値が何ビットであるか求めよ。