

2013 年度(春)・秋学期定期試験				問題枚数	1/1	
科目名	出題者氏名	受験クラス	学生証番号	氏名		
符号理論	山本宙	JT, その他				
持込	不可	◇可の場合は, 記入	開講曜日・時限	現在使用して いる授業教室	4103 教室	採点
	可	関数電卓のみ	火曜 3 限			

注意事項

答案は解答用紙に書け。答案用紙の裏を使用する場合は表の最後に「裏に続く」と記入せよ。単に \log と書いた場合の対数の底は 2 であるとする。また、断らない限り情報量の単位は 2 を底とした“ビット”を使用する。解答に変数が含まれない場合、整数または小数で表し、四捨五入して小数点以下 2 桁まで求めよ。分母、分子とも整数の分数で表せる場合は既約分数で答えてもよい。関数電卓の使用を許可する。但し、電卓としてであっても携帯電話の使用は認めない。和は省略記法 $+\dots+$ は用いず、 \sum を用いて表現せよ。対数の値として、表 1 の数値を使用しても良い。事象 E が起こる確率を $P(E)$ と書く。 $P(E_2/E_1)$ は事象 E_1 が起こった条件の下で E_2 が起こる条件付確率を表す。

表 1 対数表

$\log 3 = 1.584962$	$\log 5 = 2.321928$	$\log 7 = 2.807355$	$\log 11 = 3.459431$	$\log 13 = 3.700440$	$\log 17 = 4.087463$	$\log 19 = 4.247927$
$\log 23 = 4.523562$	$\log 29 = 4.857981$	$\log 31 = 4.954196$	$\log 37 = 5.209453$	$\log 41 = 5.357552$	$\log 43 = 5.426264$	$\log 47 = 5.554589$
$\log 53 = 5.727920$	$\log 59 = 5.882643$	$\log 61 = 5.930737$	$\log 67 = 6.066089$	$\log 71 = 6.149747$	$\log 73 = 6.189824$	$\log 79 = 6.303780$

問 1 (20 点)

x_1, x_2, \dots, x_q と y_1, y_2, \dots, y_q を 2 組の確率とする。以下の式を証明せよ。

$$\sum_{i=1}^q x_i \left(\frac{y_i}{x_i} - 1 \right) = 0$$

問 2 (各 4 点, 計 24 点)

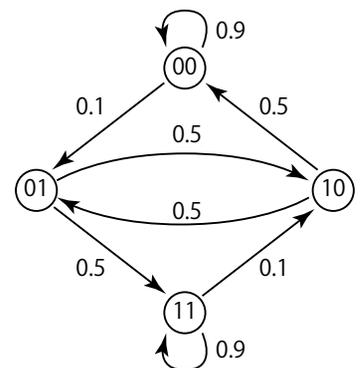
通報シンボルが $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ でそれぞれの生起確率が $P(s_1) = a, P(s_2) = 1/3, P(s_3) = b$ である無記憶情報源 S を考える。 s_1, s_2, s_3 にそれぞれ 00, 01, 10 を対応させる符号を A , s_1, s_2, s_3 にそれぞれ 0, 10, 110 を対応させる符号を B とする。以下の問いに答えよ。

- 2-1) b を a で表せ。
- 2-2) 符号 A を用いたときの符号語の平均長 (単位はビニット) を求めよ。
- 2-3) 符号 B を用いたときの符号語の平均長 (単位はビニット) を a で表せ。
- 2-4) 符号 B を用いたときの符号語の平均長が符号 A を用いたときより小さくなる条件を求めよ。
- 2-5) $a = 1/8$ であるとき、 s_1 の発生を知ったときの情報量 $I(s_1)$ を求めよ。
- 2-6) $a = 1/8$ であるときの S のエントロピー $H(S)$ を求めよ。

問 3 (各 4 点, 計 24 点)

$S = \{0, 1\}$ なる 2 元アルファベットを有するマルコフ情報源の状態図が右図で表されるとする。○の中に記入されているのが状態であり、定常分布は $P(00) = P(11) = 5/12, P(01) = P(10) = 1/12$ である。以下の問いに答えよ。

- 3-1) S は何重マルコフ情報源か、最も適当なものを答えよ。
- 3-2) 状態が 00 にあるときに 0 が生じたときに受け取る情報量 $I(0/00)$ と状態が 00 にあるときに 1 が生じたときに受け取る情報量 $I(1/00)$ を求めよ。
- 3-3) 状態が 00 にあるときのエントロピー $H(S/00)$ を求めよ。
- 3-4) 状態が 01 にあるときに 0 が生じたときに受け取る情報量 $I(0/01)$ と状態が 01 にあるときに 1 が生じたときに受け取る情報量 $I(1/01)$ を求めよ。
- 3-5) 状態が 01 にあるときのエントロピー $H(S/01)$ を求めよ。
- 3-6) マルコフ情報源 S のエントロピー $H(S)$ を求めよ。



問 4 (各 2 点, 計 12 点)

5 重マルコフ情報源 S の 2 次拡大 S^2 を考える。次の問いに答えよ。

- 4-1) S のシンボル数が q 個だった場合、 S^2 のシンボル数は何個になるか答えよ。
- 4-2) S^2 について、あるシンボルの生成確率は、4-2) 1 個前に発生したシンボルに依存するかどうか、4-3) 2 個前に発生したシンボルに依存するかどうか、4-4) 3 個前に発生したシンボルに依存するかどうか、4-5) 4 個前に発生したシンボルに依存するかどうか、4-6) 5 個前に発生したシンボルに依存するかどうか、それぞれ答えよ。

問 5 (8 点)

英語に使われる文字が、 $S = \{A, B, \dots, Z, _ \}$ の 27 文字だけであると仮定する。ここで“ $_$ ”はスペースの意味とする。

十分に長い英語の文章から無作為に 1 つの文字を選び出す。これが例えば U であったならば、次に何行かをとばしてふたたび U という文字が現れるところまで読み、この U の文字のすぐ次の文字を選び出す。これが例えば R であったならばふたたび何行かをとばし、R という文字が現れるまで読み、この R のすぐ次の文字を選び出す。このような手順を繰り返す。

上記手順で生成された文字列は英語を何重マルコフ情報源とみなして近似したものか答えよ。

問 6 (各 3 点, 計 12 点)

次の符号 A, B, C, D について次の問いに答えよ。

情報源シンボル	符号 A	符号 B	符号 C	符号 D
s_1	0	0	0	0
s_2	01	10	10	100
s_3	011	110	110	110
s_4	0111	11	111	11

1. A は一意に復号可能か否か、瞬時に復号可能か否かを答えよ。
2. B は一意に復号可能か否か、瞬時に復号可能か否かを答えよ。
3. C は一意に復号可能か否か、瞬時に復号可能か否かを答えよ。
4. D は一意に復号可能か否か、瞬時に復号可能か否かを答えよ。